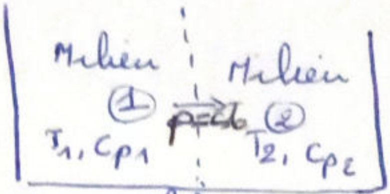
Série N°2

Exercice ①

1)

système isolé



La transformation est irréversible, on ne peut pas retrouver l'état initial spontanément en suivant le même chemin.

2) a) Les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 échangées par chacun des systèmes.

On a $\delta Q = C_p\,dT - V\,dP$ ($P = cte \Rightarrow dP = 0$)

$\Rightarrow \delta Q = C_p\,dT \Rightarrow Q = C_p \int dT$

- $Q_1 = C_{p1} \int_{T_1}^{T_f} dT = C_{p1}(T_f - T_1)$

- $Q_2 = C_{p2} \int_{T_2}^{T_f} dT = C_{p2}(T_f - T_2)$

b) → A l'équilibre du système (système isolé) $\Rightarrow Q = Q_1 + Q_2 = 0$

$\Rightarrow C_{p1}(T_f - T_1) + C_{p2}(T_f - T_2) = 0$

$\Rightarrow T_f(C_{p1} + C_{p2}) = C_{p1}T_1 + C_{p2}T_2$

$$\Rightarrow \boxed{T_f = \frac{C_{p1}T_1 + C_{p2}T_2}{C_{p1} + C_{p2}}}$$

D'après la relation de seconde principe de thermodynamique

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \Delta S = \int dS = \int c_P \frac{dT}{T}$$

- $$\Delta S_1 = C_{P1} \underbrace{\int_{T_1}^{T_f} \frac{dT}{T}}_{\Downarrow \; [\ln(T)]_{T_1}^{T_f}} = C_{P1} \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right)$$

- $$\Delta S_2 = C_{P2} \int_{T_2}^{T_f} \frac{dT}{T} = C_{P2} \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)$$

- $$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C_{P1} \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + C_{P2} \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)$$

4) a- on se place dans le cas $T_1 > T_2$

Alors que la température d'équilibre est comprise entre T_1 et T_2 $\Rightarrow$ $T_2 < T_f < T_2$

$$\Rightarrow \frac{T_f}{T_1} < 0 \quad \text{et} \quad \frac{T_f}{T_2} > 0$$

donc
$$\begin{cases} \Delta S_2 = C_{P2} \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) > 0 \\ \Delta S_1 = C_{P1} \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Transformation irréversible avec un système isolé

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S > 0. \quad \forall T_1 \text{ ou } T_2.}$$

4) b- Dans le cas ou $C_{p1} = C_{p2} = C_p$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C_p \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + C_p \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)$$

$$\Delta S = C_p \left[\ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)\right] = C_p \left[\ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right)\right]$$

D'après la question 2).b, on a $T_f = \dfrac{C_{p1} T_1 + C_{p2} T_2}{C_{p1} + C_{p2}}$

$(C_{p1} = C_{p2} = C_p) \Rightarrow T_f = \dfrac{C_p T_1 + C_p T_2}{2 C_p} = \dfrac{C_p(T_1 + T_2)}{C_p(2)} = \boxed{\dfrac{T_1 + T_2}{2} = T_f}$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S = C_p \left[\ln\left(\frac{(T_1+T_2)^2}{4 T_1 T_2}\right)\right]}$$

5) On étudie le cas ou le système 2 à une capacité calorifique infini

$\rightarrow C_{p2} \rightarrow \infty$ cela signifie que $T_f \rightarrow T_2$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow Q_1 = -Q_2 = C_p(T_f - T_1) = C_p(T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_f = T_2 \\ Q_1 = C_p(T_2 - T_1) \\ Q_2 = -C_p(T_2 - T_1) \end{cases} ; \quad \underline{C_{p2} \rightarrow \infty}$$